☐ ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΙ

- $\boxed{\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta < 0}$ Ένας αριθμός α είναι μικρότερος από έναν αριθμό β εάν και μόνο αν η διαφορά τους α-β είναι αρνητική.
- $\boxed{\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta = 0}$ Ένας αριθμός α είναι ίσος με έναν αριθμό β εάν και μόνο αν η διαφορά τους α-β είναι ίση με μηδέν.
- $\boxed{\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0}$ Ένας αριθμός α είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β εάν και μόνο αν η διαφορά τους α-β είναι θετική.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:
Από τους παρακάτω ορισμούς προκύπτει ότι:

- Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από το μηδέν
- Κάθε αρνητικός αριθμός είναι μικρότερος από το μηδέν
- Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΟΥ ΙΣΧΥΟΥΝ ΣΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ

1. $\boxed{\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma < \beta + \gamma}$ Μπορούμε να προσθέσουμε και στα δυο μέλη μιας ανίσωσης τον ίδιο αριθμό. Η φορά δεν αλλάζει.

2. $$\left.\begin{array}{c} x > y \\ \text{και} \\ \alpha > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \cdot x > \alpha \cdot y$$ Αν πολλαπλασιάσουμε μία ανίσωση με θετικό αριθμό η φορά δεν αλλάζει.

3. $$\left.\begin{array}{c} x > y \\ \text{και} \\ \alpha < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \cdot x < \alpha \cdot y$$ Αν πολλαπλασιάσουμε μία ανίσωση με αρνητικό αριθμό η φορά **ΑΛΛΑΖΕΙ.**

4. $$\left.\begin{array}{c} x > y \\ \text{και} \\ \alpha > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\alpha} > \frac{y}{\alpha}$$ Αν διαιρέσω και τα δύο μέλη μίας ανίσωσης με θετικό αριθμό η φορά δεν αλλάζει.

5. $$\left.\begin{array}{c} x > y \\ \text{και} \\ \alpha < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\alpha} < \frac{y}{\alpha}$$ Αν διαιρέσω και τα δύο μέλη μίας ανίσωσης με αρνητικό αριθμό η φορά αλλάζει.

6. $$\left.\begin{array}{c} x < y \\ \alpha < \beta \end{array}\right\} \Rightarrow x + \alpha < y + \beta$$ Μπορούμε να προσθέσουμε κατά μέλη ομοιόστροφες ανισώσεις. Η φορά δεν αλλάζει.

7.	$\left.\begin{matrix}\alpha>\beta\\ \gamma<\delta\end{matrix}\right\}\Rightarrow \alpha-\gamma>\beta-\delta$	Μπορούμε να αφαιρέσουμε κατά μέλη ανομοιόστροφες ανισώσεις.
8.	$\left.\begin{matrix}0<x<y\\ 0<\alpha<\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow x\cdot\alpha<y\cdot\beta$	Σε θετικούς αριθμούς μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη ομοιόστροφες ανισώσεις. Η φορά δεν αλλάζει.
9.	**ΠΡΟΣΟΧΗ**	Δεν διαιρούνται οι ανισώσεις κατά μέλη.
10.	$x<y\Leftrightarrow -x>-y$	Αν αλλάξω τα πρόσημα στα μέλη μίας ανίσωσης η φορά αλλάζει.
11.	$\left.\begin{matrix}xy>0\\ \text{και}\\ x<y\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{1}{x}>\frac{1}{y}$	Αν x,y ομόσημοι και άνισοι, οι αντίστροφοί τους έχουν ετερόστροφη φορά.
12.	$\left.\begin{matrix}x\cdot y<0\\ \text{και}\\ x<y\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{1}{x}<\frac{1}{y}$	Αν x,y ετερόσημοι και άνισοι, οι αντίστροφοί τους είναι ομοίως άνισοι.
13.	$0<\alpha<\beta\Rightarrow \alpha^2<\beta^2$	Αν δύο αριθμοί είναι θετικοί και άνισοι, τα τετράγωνά τους είναι ομοίως άνισα.
14.	$\alpha<\beta<0\Rightarrow \alpha^2>\beta^2$	Αν δύο αριθμοί είναι αρνητικοί και άνισοι, τα τετράγωνά τους είναι αντιστρόφως άνισα.
15.	$x>y>0\Rightarrow x^\nu>y^\nu$ με $\nu>0$	Αν το x,y είναι θετικό και ν θετικός ακέραιος.
16.	$x>y>0\Rightarrow x^\nu<y^\nu$ με $\nu<0$	Αν x,y θετικοί και ν αρνητικός ακέραιος.
17.	$x=y\Leftrightarrow x^\nu=y^\nu$	Αν x,y θετικοί και ν ακέραιος με $\nu\neq 0$

18. i) Αν ν θετικός ακέραιος τότε $x>1 \Rightarrow x^\nu>1$

ii) Αν ν θετικός ακέραιος τότε $0<x<1 \Rightarrow x^\nu<1$

19. i) Αν ν αρνητικός ακέραιος τότε $x>1 \Rightarrow x^\nu<1$

ii) Αν ν αρνητικός ακέραιος τότε $0<x<1 \Rightarrow x^\nu>1$