



ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ .....

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ ( 2 )

**ΘΕΜΑ Α**

- A.1. Αν  $\alpha, \beta$  είναι μη αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί και  $\nu$  θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι:  $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$ .  
(Μονάδες 10)
- A.2. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ;  
(Μονάδες 5)
- A.3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη *Σωστό*, αν η πρόταση είναι σωστή ή *Λάθος*, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α) Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ισχύει η ισοδυναμία:  $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$ .  
(Μονάδες 2)
- β) Αν  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  και  $\gamma < 0$  τότε:  $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma} \Leftrightarrow \alpha < \beta$ . (Μονάδες 2)
- γ) Αν  $\theta > 0$  και  $x \in \mathbb{R}$ , τότε:  $|x| \geq \theta \Leftrightarrow x \leq -\theta$  και  $x \leq \theta$ .  
(Μονάδες 2)
- δ) Οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίθετων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $y'y$ . (Μονάδες 2)
- ε) Αν  $C_f, C_\varphi$  οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, \varphi$  αντίστοιχα και  $f(x) = \varphi(x-c)$ , όπου  $c > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c$  μονάδες προς τα δεξιά.  
(Μονάδες 2)

**ΘΕΜΑ Β**Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \sqrt{|x+3|} - 9$ .

- B.1. Να λύσετε την ανίσωση  $|x+3| \geq 9$ . (Μονάδες 10)
- B.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της  $f$ . (Μονάδες 8)
- B.3. Να βρείτε την τιμή της  $f$  για  $x=10$ . (Μονάδες 7)

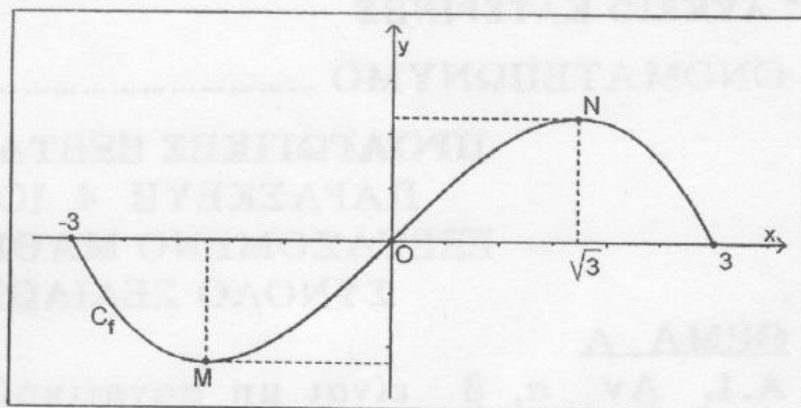
**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = x - \frac{1}{9}x^3, \quad x \in [-3, 3],$$

της οποίας η γραφική παράσταση ( $C_f$ ) φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Τα σημεία  $M$  και  $N$  είναι το χαμηλότερο και το ψηλότερο σημείο της  $C_f$  αντίστοιχα.



- Γ.1. Να αποδείξετε ότι  $f(-x) = -f(x)$ , για κάθε  $x \in [-3, 3]$ , (Μονάδες 4) και ότι η  $C_f$  έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή  $O(0, 0)$  των αξόνων (Μονάδες 3). (Μονάδες 7)
- Γ.2. Να βρείτε τις θέσεις  $x_1$  και  $x_2$  των (ολικών) ακροτάτων της  $f$ . (Μονάδες 5)
- Γ.3. Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα και τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 6)
- Γ.4. Να βρείτε τα (ολικά) ακρότατα της  $f$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - 2(\lambda - 3)x + \lambda - 1 = 0$  (1) όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- Δ.1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε  $\lambda \in (-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$ . (Μονάδες 10)
- Δ.2. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της (1), να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in (-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$  για τις οποίες ισχύει  $\frac{x_1 + x_2 + 24}{x_1 x_2 - 6} > -2$ . (Μονάδες 15)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.

Καλή επιτυχία!

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Κωνσταντίνος Πιπίλης

1. Βερβερίδης Δούκας
2. Μπουλούμης Δημήτριος
3. Παπαδημητρίου Δημήτριος
4. Πιπινάς Γεώργιος
5. Φωκαΐδης Ευριπίδης