ΤΑΞΗ: Β

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

Μονάδες 15

Α2. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B}>90^0$,ΑΔ το ύψος και ΑΜ διάμεσος. Να γράψετε στην κόλλα σας τα γράμματα της στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης Β έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $ΑΓ^2 - ΑΒ^2$	1. $ΑΒ^2 + ΒΓ^2 + 2ΒΓ \cdot ΒΔ$
β. $ΑΓ^2$	2. $2\,ΑΜ^2 + \frac{ΒΓ^2}{2}$
γ. $ΑΓ^2 + ΑΒ^2$	3. $ΑΜ^2 + ΜΒ^2 - 2ΜΒ \cdot ΒΔ$
δ. $ΒΔ^2$	4. $ΑΒ^2 - ΑΔ^2$
	5. $2ΒΓ \cdot ΜΔ$
	6. $2ΒΓ^2 + \frac{ΑΜ^2}{2}$

Μονάδες 20

Α3. Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας ως σωστό **(Σ)** ή λάθος **(Λ)** κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον κύκλο (Ο,R) ορίζεται από τον τύπο $Δ^{Ρ}_{(Ο,R)} = R^2 - δ^2$ όπου δ=ΟΡ είναι η απόσταση του Ρ από το κέντρο Ο του κύκλου.

β. Ένα σημείο Μ είναι σημείο του κύκλου (Ο,R) αν και μόνο αν $Δ^{Ρ}_{(Ο,R)} = 0$

γ. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει : $α^2 = β^2 + γ^2 + 2βγσυνΑ$

δ. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ο λόγος των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτείνουσα.

ε. Αν ΑΒ, ΓΔ είναι χορδές κύκλου που τέμνονται σε εσωτερικό σημείο Ρ του κύκλου (Ο,R), τότε ΡΑ·ΡΒ= ΡΓ·ΓΔ **Μονάδες 15**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α=5 , γ=3 και διάμεσο $\mu_\beta=\frac{\sqrt{19}}{2}$

α. Να αποδείξετε ότι η πλευρά β=7.

Μονάδες 7

β. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, αμβλυγώνιο ή οξυγώνιο.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί η γωνία $\hat{\mathrm{B}}$.

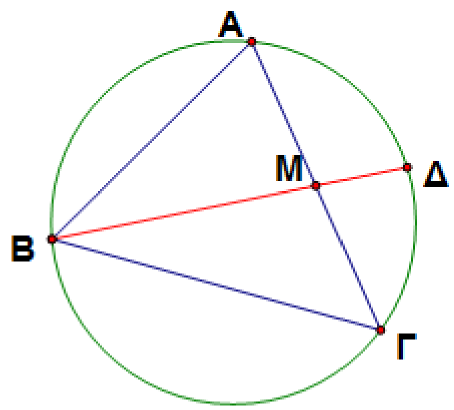
Μονάδες 5

δ. Να βρείτε την προβολή της διαμέσου μ_α πάνω στην πλευρά α.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) με $\alpha^2+\gamma^2=2\beta^2$ όπως στο διπλανό σχήμα.



α. Να δείξετε ότι η διάμεσος ΒΜ= $\mu_\beta=\frac{\beta\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 10

β. Αν η διάμεσος ΒΜ τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ να εκφράσετε το γινόμενο ΒΜ·ΒΔ συναρτήσει του β.

Μονάδες 10

γ. Να αποδείξετε ότι η δύναμη του σημείου Μ ως προς τον κύκλο (O,R)

είναι $\Delta^{\mathrm{M}}_{(\mathrm{O},R)}=-\frac{\beta^2}{4}$ **Μονάδες 5**